令　和　８　年　度　入　校

（ページ数）
３ページ

試験問題　―　数　　学

受験地本名	番　　号

受　験　心　得

1．この試験問題は、指示があるまで開かないこと。

2．試験問題には、受験地本名と番号を試験係官の指示に従って記入すること。

3．試験時間は、１１時００分から１２時３０分までの９０分間である。

4．携帯電話等は、電源を切り、使用できない状態にすること。

5．受験番号や解答が正しくマークされていない場合や、解答を訂正するときの消しゴムのカスなどで、採点されない場合があるので、注意すること。

6．解答用紙を折り曲げたり、破ったり、汚したりしないこと。

7．問題 Ⅰ ～ Ⅵ の解答はマークシートにマークし、Ⅶ の解答は記述式の解答用紙に記入すること。

8．マークシートには、解答欄以外に次の記入欄があるので、試験係官の指示に従って、それぞれ正確に記入しマークすること。

① 氏名欄、受験番号欄

氏名、受験番号をマークシートの氏名欄、受験番号欄に記入すること。

② 受験地本名欄

受験票の受験番号欄に記載されている受験地本名を、受験地本名欄から選び、正確にマークすること。

（例）受験地本名が札幌の場合

受　験　地　本　名				
札　幌 ●	茨　城 ⑪	静　岡 ㉑	兵　庫 ㉛	愛　媛 ㊶
函　館 (02)	栃　木 ⑫	富　山 ㉒	奈　良 ㉜	高　知 ㊷

③ 番号欄

受験票の受験番号欄に記載されている４桁の数字を正確にマークすること。

（例）４桁の数字が１０１２の場合

番　　号			
⓪	●	⓪	⓪
●	①	●	①
②	②	②	●

④ 科目欄

数学を選び、正確にマークすること。

⑤ 性別欄

性別をマークシートの性別欄に正確にマークすること。

9．マークシートの解答欄について次の注意事項に従い、マークすること。

① 解答は、マークシートの解答番号に対応した解答欄にマークすること。

② 問題の文中の $\boxed{1}$、$\boxed{2}\boxed{3}$ などには、数字（０ ～ ９）がそれぞれ１つ入る。それらを解答用紙の１，２，３,…で示された解答欄にマークすること。

（例）$\boxed{1}\boxed{2}$ に 83 と解答する。

解答番号	解答欄											
	−	＋	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	⊖	⊕	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨
2	⊖	⊕	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

受験心得は、問題冊子の裏表紙にも続きます。必ず、問題冊子を裏返して読むこと。

$\boxed{\text{Ⅰ}}$ から $\boxed{\text{Ⅳ}}$ にある $\boxed{\quad 1 \quad}$ から $\boxed{\quad 8 \quad}$ については，与えられた選択肢の中から正しい選択肢を選び，その番号をマークシートにマークせよ。$\boxed{\text{Ⅴ}}$ から $\boxed{\text{Ⅵ}}$ にある $\boxed{\quad 9 \quad}$ から $\boxed{\quad 26 \quad}$ については，当てはまる数字の 0 〜 9 を求めてマークシートにマークせよ。$\boxed{\text{Ⅶ}}$ の解答は記述式の解答用紙に記載せよ。なお，$\boxed{\text{Ⅴ}}$，$\boxed{\text{Ⅵ}}$ の解答の分数については既約分数で答えること。

Ⅰ

座標平面上に 2 本の直線 $l : y = \dfrac{3}{4}x - 9$，$m : y = -\dfrac{12}{5}x + 47$ がある。この 2 直線 l，m と直線 $y = ax$（a は実数の定数）で三角形が作られないような a の値は複数存在する。それらすべての値の積は $\boxed{\quad 1 \quad}$ である。

また，直線 $n : y = x + b$（b は実数の定数）があり，直線 l と n の交点の x 座標，直線 m と n の交点の x 座標はどちらも直線 l と m の交点の x 座標より大きいものとする。このとき，3 直線 l，m，n で囲まれてできる三角形の内接円の半径が 1 となるような b は $\boxed{\quad 2 \quad}$ である。

$\boxed{\quad 1 \quad}$ の選択肢

(1) $-\dfrac{349}{800}$　(2) $-\dfrac{351}{800}$　(3) $-\dfrac{353}{800}$　(4) $-\dfrac{357}{800}$　(5) $-\dfrac{359}{800}$

$\boxed{\quad 2 \quad}$ の選択肢

(1) $-20 + \sqrt{2}$　(2) $\dfrac{107}{9} + \sqrt{2}$　(3) $\dfrac{107}{9} - \sqrt{2}$　(4) $-15 + \sqrt{2}$　(5) $-15 - \sqrt{2}$

Ⅱ

正の整数である定数 k に対し，$\alpha = \sqrt[3]{\sqrt{k^2+1} + k}$，$\beta = \sqrt[3]{\sqrt{k^2+1} - k}$ がある。$\alpha - \beta = 1$ となる k を k_1，$\alpha - \beta = 2$ となる k を k_2 とすると，k_1 と k_2 の積は $\boxed{\quad 3 \quad}$ である。また，k が k_2 のとき，$\alpha^2 + \beta(2\alpha + \beta + 6)$ の整数部分は $\boxed{\quad 4 \quad}$ である。

$\boxed{\quad 3 \quad}$ の選択肢

(1) 12　(2) 14　(3) 16　(4) 18　(5) 20

$\boxed{\quad 4 \quad}$ の選択肢

(1) 8　(2) 9　(3) 10　(4) 11　(5) 12

Ⅲ 要素の個数が100である集合 U を全体集合とする。U の部分集合を A, B とする。ここで U, A, B について，$(\bar{A}\cap\bar{B})$ の要素の個数が38, $(\bar{A}\cap B)$ の要素の個数が21, $(\bar{A}\cup B)$ の要素の個数が75であるとする。このとき，A の要素の個数は $\boxed{\ 5\ }$ である。また，$(A\cup B)\cap(\bar{A}\cup B)\cap(A\cup\bar{B})$ の要素の個数は $\boxed{\ 6\ }$ である。

$\boxed{\ 5\ }$ の選択肢

(1) 38　(2) 39　(3) 40　(4) 41　(5) 42

$\boxed{\ 6\ }$ の選択肢

(1) 14　(2) 15　(3) 16　(4) 17　(5) 18

Ⅳ 1より大きい実数 x について，2つの関数 $f(x)=(\log x)^{\log x}$ と $g(x)=x^2$ がある。座標平面上の2つのグラフ $y=f(x)$ と $y=g(x)$ の交点の x 座標と y 座標の積は $\boxed{\ 7\ }$ である。また，関数 $f(x)$ が最小値となる x の値は $\boxed{\ 8\ }$ である。ここで，$\log x$ は x の自然対数であり，e は自然対数の底である。

$\boxed{\ 7\ }$ の選択肢

(1) e^{3e^2}　(2) e^{6e^2}　(3) e^{3e^3}　(4) e^{6e^3}　(5) e^{2e^4}

$\boxed{\ 8\ }$ の選択肢

(1) $e^{e^{-3}}$　(2) $e^{2e^{-3}}$　(3) $e^{e^{-2}}$　(4) $e^{2e^{-2}}$　(5) $e^{e^{-1}}$

Ⅴ AとBが以下のようなルールのゲームを行う。

（ルール）AとBが白玉4個，黒玉3個，計7個の玉をそれぞれ持っている。AとBはそれぞれ，自分が持つ計7個の玉からランダムに1つ選んでお互いに見せ合うものとする。両者の玉の色を比較し，Aの玉が白玉かつBの玉が黒玉のときのみBに1点が入る。選んだ玉は元に戻さないものとする。続けてAとBがそれぞれ，自分が持つ残りの6個の玉からランダムに1つ選んでお互いに見せ合うものとする。再度両者の玉の色を比較し，Aの玉が白玉かつBの玉が黒玉のときのみBに1点が入る。選んだ玉は元に戻さないものとする。同様にそれぞれの玉が無くなるまで比較を繰り返し，Bの得点を合計する。Bの合計得点が2点以上ならばBの勝ち，それ以外の場合はAの勝ちとなる。

このとき，Aが勝つ確率は $\dfrac{\boxed{\ 9\ }\boxed{\ 10\ }}{\boxed{\ 11\ }\boxed{\ 12\ }}$ である。

また，AとBそれぞれが最初に持つ玉の個数を白玉10個，黒玉8個に変更してこのゲームを行ったときのBの合計得点を X とする。k を0から8の整数として，確率 $P(X=k)$ が最大になる k を k_0 とすると $\dfrac{P(X=k_0)}{P(X=k_0+1)}$ は $\dfrac{\boxed{\ 13\ }\boxed{\ 14\ }}{\boxed{\ 15\ }\boxed{\ 16\ }}$ である。

Ⅵ 実数 x の方程式 $\sin^2 x - 4a \sin x - \cos 2x + 5a - 2 = 0$（$0 \leqq x \leqq \pi$，$a$ は実数の定数）について，実数解がただ 1 つ存在するような a の値は $\boxed{17}$ のみである。また，異なる実数解の個数が 2 個であるような a の値は $\dfrac{\boxed{18}}{\boxed{19}}$ および $\boxed{20} < a < \dfrac{\boxed{21}}{\boxed{22}}$ の範囲内にある実数のみで，異なる実数解の個数が 4 個であるような a の値は $\dfrac{\boxed{23}}{\boxed{24}} \leqq a < \dfrac{\boxed{25}}{\boxed{26}}$ の範囲内にある実数のみである。

Ⅶ 座標平面において，曲線 $C : y = f(x) = \dfrac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ があり，C 上に点 $\mathrm{T}(t,\ f(t))$ があるものとする。ただし，$t > 0$ とする。ここで，曲線 C の T における法線上にあり，T との距離が 1 である 2 つの点のうち，不等式 $y < f(x)$ が表す領域にある方を P とする。このとき以下の問に答えよ。ここで，$\log x$ は x の自然対数であり，e は自然対数の底である。また，この問題については答えだけではなく，答えを導く過程も書くこと。

(1) $g(x) = f'(x)$，$h(x) = \dfrac{g(x)}{f(x)}$ とする。$g(x)$ を求めよ。また，$h'(x)$ を $f(x)$ のみで表せ。

(2) T に対して定まる P の x 座標を $\boxed{ア} + \boxed{イ}$，y 座標を $\boxed{イ} \times \boxed{ウ}$ と表すものとする。$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$，$\boxed{ウ}$ のそれぞれに t，$g(t)$，$h(t)$ を当てはめたとき，以下の①から⑤の選択肢にある $\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$，$\boxed{ウ}$ の組（$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$，$\boxed{ウ}$）のうち正しいものはどれか（この問題も答えを導く過程を書くこと）。

① $(\boxed{ア},\ \boxed{イ},\ \boxed{ウ}) = (t,\ g(t),\ h(t))$

② $(\boxed{ア},\ \boxed{イ},\ \boxed{ウ}) = (t,\ h(t),\ g(t))$

③ $(\boxed{ア},\ \boxed{イ},\ \boxed{ウ}) = (g(t),\ t,\ h(t))$

④ $(\boxed{ア},\ \boxed{イ},\ \boxed{ウ}) = (g(t),\ h(t),\ t)$

⑤ $(\boxed{ア},\ \boxed{イ},\ \boxed{ウ}) = (h(t),\ t,\ g(t))$

(3) 定積分

$$\int_{\log\sqrt{3}}^{\log\left(\tan\frac{5}{12}\pi\right)} \frac{1}{f(t)}\,dt$$

の値を $e^t = \tan\theta$ とおいて求めよ。

(4) T が $\log\sqrt{3} \leqq t \leqq \log\left(\tan\dfrac{5}{12}\pi\right)$ の範囲で C 上を動くとき，P が動いてできる曲線の長さを求めよ。

③　分数の形で解答する場合、それ以上約分できない形で解答すること。
例えば、$\frac{3}{4}$ と解答するところを、$\frac{6}{8}$ のように解答しないこと。

④　小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して解答すること。

⑤　根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答すること。
例えば、$\boxed{\ 4\ }\sqrt{\boxed{\ 5\ }}$ に $4\sqrt{2}$ と解答するところを、$2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。

⑥　根号を含む分数の形で解答する場合、例えば、$\dfrac{\boxed{\ 6\ }+\boxed{\ 7\ }\sqrt{\boxed{\ 8\ }}}{\boxed{\ 9\ }}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と解答するところを、$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように解答しないこと。

⑦　例えば、$\boxed{\ 10\ }x^2+\boxed{\ 11\ }$ に x^2+3 と解答したいときは、$\boxed{\ 10\ }$ に1を、$\boxed{\ 11\ }$ に3をマークすること。また、$x^{\boxed{12}}-\boxed{\ 13\ }$ に $x-3$ と解答したいときは、$\boxed{\ 12\ }$ に1を $\boxed{\ 13\ }$ に3をマークすること。

⑧　選択肢から選ぶ問題については、適切な解答を1つ選択し、マークすること。
（例）$\boxed{\ 14\ }$ と表示のある問いに対して(3)と解答する。

解答番号	解答欄										
	−	＋	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	⊖	⊕	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

10. 記述式の解答用紙には、解答欄以外に受験地本名欄、番号欄、氏名欄があるので、試験係官の指示に従って記入すること。

11. 試験問題、解答用紙は全て回収するので、絶対に持ち帰らないこと。