

試験問題 — 数 学

受験地本名	番 号

受 験 心 得

- この試験問題は、指示があるまで開かないこと。
- 試験問題には、受験地本名と番号を試験係官の指示に従って記入すること。
- 試験時間は、11時00分から12時30分までの90分間である。
- 携帯電話等は、電源を切り、使用できない状態にすること。
- 受験番号や解答が正しくマークされていない場合や、解答を訂正するときの消しゴムのカスなどで、採点されない場合があるので、注意すること。
- 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、汚したりしないこと。
- 問題 **I** ~ **VI** の解答はマークシートにマークし、**VII** の解答は記述式用の解答用紙に記入すること。
- マークシートには、解答欄以外に次の記入欄があるので、試験係官の指示に従って、それぞれ正確に記入しマークすること。

① 氏名欄、受験番号欄

氏名、受験番号をマークシートの氏名欄、受験番号欄に記入すること。

② 受験地本名欄

受験票の受験番号欄に記載されている受験地本名を、受験地本名欄から選び、正確にマークすること。

(例) 受験地本名が札幌の場合

受 験 地 本 名				
札幌 <input checked="" type="radio"/>	茨城 <input type="radio"/>	静岡 <input type="radio"/>	兵庫 <input type="radio"/>	愛媛 <input type="radio"/>
函館 <input type="radio"/>	栃木 <input type="radio"/>	富山 <input type="radio"/>	奈良 <input type="radio"/>	高知 <input type="radio"/>

③ 番号欄

受験票の受験番号欄に記載されている4桁の数字を正確にマークすること。

(例) 4桁の数字が1012の場合

番 号			
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

④ 科目欄

数学を選び、正確にマークすること。

⑤ 性別欄

性別をマークシートの性別欄に正確にマークすること。

- マークシートの解答欄について次の注意事項に従い、マークすること。

① 解答は、マークシートの解答番号に対応した解答欄にマークすること。

② 問題の文中の **1**、**2**、**3** などには、数字(0~9)がそれぞれ1つ入る。それらを解答用紙の1, 2, 3, ...で示された解答欄にマークすること。

(例) **1** **2** に83と解答する。

解答番号	解 答 欄											
	-	+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

受験心得は、問題冊子の裏表紙にも続きます。必ず、問題冊子を裏返して読むこと。

Ⅰ から Ⅳ にある 1 から 8 については、与えられた選択肢の中から正しい選択肢を選び、その番号をマークシートにマークせよ。Ⅴ から Ⅵ にある 9 から 22 については、当てはまる数字の 0～9 を求めてマークシートにマークせよ。Ⅶ の解答は記述式の解答用紙に記載せよ。

Ⅰ AB = 6, BC = $9\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$, $\angle ABC = \frac{\pi}{4}$ である $\triangle ABC$ において、辺 AC の長さは 1 である。ここで辺 BC 上に点 D があり、 $\triangle ABC$ における $\angle BAC$ の外角は $\angle CAD$ と等しいものとする。このとき、 $\angle BAD$ の二等分線と辺 BC との交点を E とすると、辺 AE の長さは 2 である。

1 の選択肢

- (1) $3+3\sqrt{3}$ (2) $3+6\sqrt{3}$ (3) $6+3\sqrt{3}$ (4) $6+6\sqrt{3}$ (5) $9+3\sqrt{3}$

2 の選択肢

- (1) $2\sqrt{2}-2$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) $3\sqrt{3}$ (4) $6\sqrt{3}-3$ (5) $6\sqrt{3}-6$

Ⅱ 実数 x の 2 次関数 $f(x) = x^2 + 2x + a$ がある。ここで a は整数であるとする。今、ある整数 k に対し、 $f(k) = 31$ であり、 x の方程式 $f(x) = 0$ は 2 つの整数の解をもつものとする。このような k は 2 つ存在し、それら 2 つの値の和は 3 である。また、このときの a の値は 4 である。

3 の選択肢

- (1) -3 (2) -2 (3) -1 (4) 1 (5) 2

4 の選択肢

- (1) -224 (2) -220 (3) -216 (4) -212 (5) -208

Ⅲ 定積分 $\int_0^1 \frac{e^{-x}}{e^{-x}+1} dx$ の値は である。また、実数 x の関数 $f(x)$ が $f(x) = e^{-x} \int_0^1 \frac{1}{e^{-t}+1} dt + \int_0^1 \frac{f(t)}{e^{-t}+1} dt$ を満たすとき、 $f(-1)$ は である。ここで、 \log は自然対数、 e は自然対数の底である。

の選択肢

- (1) $\log \frac{e}{e+1}$ (2) $\log \frac{2e}{e+1}$ (3) $\log \frac{e}{2e+1}$ (4) $\log \frac{2e}{2e+1}$ (5) $\log \frac{e}{e+2}$

の選択肢

- (1) $(e+1) \log \frac{e+1}{2e}$ (2) $(e+1) \log \frac{2e+1}{2e}$ (3) $(e+1) \log \frac{e+1}{e}$
 (4) $(e+1) \log \frac{e+1}{2}$ (5) $(e+1) \log \frac{2e+1}{2}$

Ⅳ 複素数 $z = a + bi$ (a, b は実数, $z \neq 0$) について、 $z + \frac{2}{z} = \alpha + \beta i$ (α, β は実数) とする。今、下記の条件(i), (ii)を考える。

(i) $2 \leq \alpha \leq 3$ かつ $\beta = 0$ かつ $b \neq 0$

(ii) $2 \leq \alpha \leq 3$ かつ $\beta = 0$

z が(i)の条件を満たすとき、 $|z|$ の値は である。また、 z が(ii)の条件を満たすとき、複素数平面上に点 z が描く軌跡の長さは である。ここで、 i は虚数単位である。

の選択肢

- (1) 1 (2) $\sqrt{2}$ (3) 2 (4) $\sqrt{3}$ (5) 3

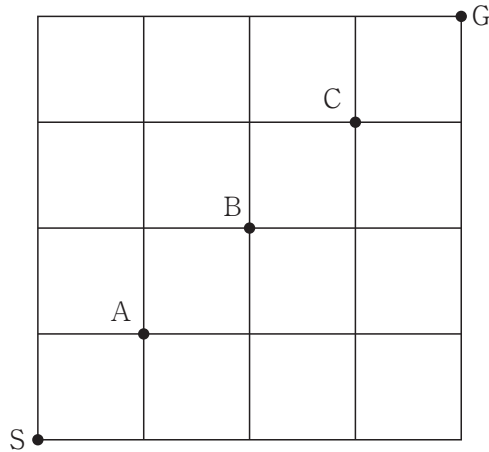
の選択肢

- (1) $\frac{\sqrt{2}}{3} \pi$ (2) $\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{3} \pi$ (3) $1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \pi$ (4) $\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \pi$ (5) $1 + \frac{\sqrt{2}}{3} \pi$

Ⅴ $k = 6^{44}$ とすると k の桁数は である。また、 k の上 2 桁の数は である。 $\frac{k}{9}$ の整数部分を k^* とおくと、 k^* の上 2 桁の数は である。ここで、1 から 20 の間にある素数の常用対数は、
 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 5 = 0.6990$, $\log_{10} 7 = 0.8451$, $\log_{10} 11 = 1.0414$, $\log_{10} 13 = 1.1139$, $\log_{10} 17 = 1.2304$,
 $\log_{10} 19 = 1.2788$ であるとする。

VI $a_1 = \sqrt{2}$, $a_2 = \sqrt{2\sqrt{3}}$, $a_3 = \sqrt{2\sqrt{3\sqrt{2}}}$, $a_4 = \sqrt{2\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{3}}}}$, …のように初項が $\sqrt{2}$ で、偶数番目の項は前の項の一番内側の根号の中にある2に $\sqrt{3}$ をかけ、第3項以降の奇数番目の項は前の項の一番内側の根号の中にある3に $\sqrt{2}$ をかけて作られる数列 $\{a_n\} (n=1, 2, 3, \dots)$ がある。このとき、 $\frac{a_7}{a_6}$ の値は $2^{\frac{15}{16}}3^{\frac{17}{18}}$ である。また、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n}$ は $2^{\frac{19}{20}}3^{\frac{21}{22}}$ である。

VII 下のように縦横に等間隔に道路を配置した街路がある。地点Sをスタートして最短距離で地点Gに進む経路は全部で70通りある。それら70通りの経路がそれぞれ1つずつ書かれた70枚のカードがある。この70枚のカードからランダムに1枚を選び、そのカードに書かれた経路でSからGに移動するものとする（選んだカードは元に戻すものとする）。



[i] カードを選んでSからGに移動するとき、地点A, B, C, Gに到達すると、それぞれの地点でコインを1枚もらえるものとする。Gに到達した後、すべてのコインを集計し、4枚あれば終了する。4枚でない場合は再びランダムにカードを選び、SからGへ移動してコインを合算していく。その際、A, B, C, Gのうち、1回到達した地点においては2回目以降に到達してもコインをもらえないものとする。この移動をコインが4枚集まるまで繰り返す。このとき、以下の間に答えよ。

- (1) SからGへの移動がちょうど1回で終了する確率はいくらか。
- (2) SからGへの移動がちょうど2回で終了し、かつどちらの移動でもAを通る確率はいくらか。

[ii] カードを選んでSからGに移動するとき、地点A, B, C, Gに到達すると、それぞれの地点でコインを1枚もらえるものとする。Gに到達した後、すべてのコインを集計し、4枚以上あれば終了する。4枚未満の場合は再びランダムにカードを選び、SからGへ移動してコインを合算していく。その際、A, B, C, Gにおいては、何回到達してもその都度コインを1枚もらえるものとする。この移動をコインが4枚以上集まるまで繰り返す。このとき、以下の間に答えよ。

- (3) SからGへの移動がちょうど2回で終了するという条件の下で、Bを2回通る条件付き確率はいくらか。

③ 分数の形で解答する場合、それ以上約分できない形で解答すること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と解答するところを、 $\frac{6}{8}$ のように解答しないこと。

④ 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して解答すること。

⑤ 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答すること。

例えば、 $\boxed{4}\sqrt{\boxed{5}}$ に $4\sqrt{2}$ と解答するところを、 $2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。

⑥ 根号を含む分数の形で解答する場合、例えば、 $\frac{\boxed{6} + \boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}}{\boxed{9}}$ に $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と解答するところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように解答しないこと。

⑦ 例えば、 $\boxed{10}x^2 + \boxed{11}$ に x^2+3 と解答したいときは、 $\boxed{10}$ に1を、 $\boxed{11}$ に3をマークすること。また、 $x^{\boxed{12}} - \boxed{13}$ に $x-3$ と解答したいときは、 $\boxed{12}$ に1を、 $\boxed{13}$ に3をマークすること。

⑧ 選択肢から選ぶ問題については、適切な解答を1つ選択し、マークすること。

(例) $\boxed{14}$ と表示のある問いに対して(3)と解答する。

解答 番号	解 答 欄											
	-	+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	(-)	(+)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)

10. 記述式の解答用紙には、解答欄以外に受験地本名欄、番号欄、氏名欄があるので、試験係官の指示に従って記入すること。

11. 試験問題、解答用紙は全て回収するので、絶対に持ち帰らないこと。